T-79.144 **Syksy 2003**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 10
(opetusmoniste, kappaleet 5.3 - 7.3)
11 - 14.11.2003

1. Kvanttorilla $\exists!x$ tarkoitetaan, että "on olemassa vain yksi x". Väittämä $\exists!x\,\phi(x)$ voidaan ilmaista predikaattilogiikan lauseella

$$(\exists x\phi(x)) \wedge (\forall x\forall y(\phi(x) \wedge \phi(y) \rightarrow x = y)).$$

Formalisoi seuraavat lauseet predikaattilogiikalla:

1.	On vain yksi kuuraparta.
2.	Kaikki joulupukit ovat kuurapartoja.
3.	Kaikki kuuraparrat ovat joulupukkeja.
4.	On vain yksi joulupukki.

Osoita semanttisella taululla, että lause 4 on lauseiden 1-3 looginen seuraus.

2. Määritä klausuulijoukkojen

a) $\{\{\neg G(x,c)\}\}$,

b) $\{\{P(f(y),y)\}\}$,

c) $\{\{P(x)\},\ \{\neg P(a),\ \neg P(b)\}\}$,

d) $\{\{\neg P(x,y),\ \neg P(y,z),\ G(x,z)\}\}$,

e) $\{\{\neg P(x,y)\},\ \{Q(a,x),\ Q(b,f(y))\}\}$ ja

f) $\{\{P(x),\ Q(f(x,y))\}\}$

Herbrand-universumit ja kannat.

3. Tarkastellaan kaavajoukkoa

$$\Sigma = \{\forall x P(x,a,x),\ \neg\exists x\exists y\exists z(P(x,y,z) \wedge \neg P(x, f(y), f(z)))\}$$

a) Muunna Σ klausuulijoukoksi S.

b) Anna S:n Herbrand-universumi H sekä Herbrand-kanta B.

c) Esitetään Herbrand-struktuurit Herbrand-kannan osajoukkoina. Hae S:lle osajoukkorelaatioon, $\subseteq$, nähden minimaalinen ja maksimaalinen Herbrand-malli.

4. Muunna ongelma predikaattilogiikan lauseen

$$\exists x \exists y (P(x) \leftrightarrow \neg P(y)) \rightarrow \exists x \exists y (\neg P(x) \wedge P(y))$$

pätevyyden selvittämisestä lauselogiikan toteutuvuusongelmaksi ja ratkaise ongelma lauselogiikan menetelmin.

5. Laadi substituutioiden $\{x/y, y/b, z/f(x)\}$ ja $\{x/g(a), y/x, w/c\}$ kompositio.

6. Mitkä ovat seuraavien literaalijoukkojen yleisimmät unifioijat?

a) $\{P(x, g(y), f(a)), P(f(y), g(f(z)), z)\}$

b) $\{P(x, f(x), g(y)), P(a, f(g(a)), g(a)), P(y, f(y), g(a))\}$

c) $\{P(x, f(x,y)), P(y, f(y,a)), P(b, f(b,a))\}$

d) $\{P(f(a), y, z), P(y, f(a), b), P(x, y, f(z))\}$

7. Osoita, että

a) substituutioiden kompositio ei ole kommutatiivinen, eli että on olemassa substituutiot σ ja λ s.e. $\sigma\lambda \neq \lambda\sigma$.

b) yleisimmät unifioijat eivät ole yksikäsitteiset, eli että jollekin lausekejoukolle (esim. atomikaavojen joukko) S on olemassa kaksi yleisintä unifioijaa, σ ja λ, s.e. $\sigma \neq \lambda$.

8. Unifioi seuraava joukko.

$$\{P(x, y, z), P(f(w, w), f(x, x), f(y, y))\}$$