

T-79.144

Syksy 2003

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 8

(opetusmoniste, kappaleet 2.3 - 3.4)

28.10. - 31.10.2003

1. Olkoon R kaksipaikkainen predikaattisymboli, jonka tulkintana on relatio $R^S \subseteq U \times U$ (joukko U on struktuurin S universumi). Alla on taulukko lauseista, jotka määrittelevät relaatiolle R^S erilaisia ominaisuuksia.

Ominaisuus	Määritelmä
refleksiivisyys	$\forall x R(x, x)$
irrefleksiivisyys	$\forall x \neg R(x, x)$
symmetrisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(y, x))$
asymmetrisyys	$\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$
transitiivisyys	$\forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$
sarjallisuus	$\forall x \exists y R(x, y)$

Olkoon universumi U kaikkien ihmisten joukko. Anna esimerkkejä relatioista R^S , ($\emptyset \subset R^S \subset U^2$), joilla on yllä määriteltyjä ominaisuuksia.

2. Tiedetään, että

- (i) kaikki syylliset ovat valehtelijoita,
- (ii) ainakin yksi syytetyistä on myös todistaja ja
- (iii) yksikään todistaja ei valehtele.

Todista, etteivät kaikki syytetyt ole syyllisiä. Käytä semanttista taulua.

3. Tiedetään, että

- 1) jos tiili on toisen tiilen päällä, se ei ole pöydällä
- 2) jokainen tiili on pöydällä tai toisen tiilen päällä ja
- 3) yksikään tiili ei ole sellaisen tiilen päällä, joka edelleen on jonkun tiilen päällä.

Todista semanttisella taululla, että jos tiili on toisen tiilen päällä, niin jälkimmäisen on oltava pöydällä.

4. Tutki semanttisella taululla:

a) $\{\forall x\exists y(P(x) \rightarrow Q(y)), \forall xP(x)\} \models \forall xQ(x)$.

b) $\{\forall x\forall y(\exists z(R(x,z) \wedge R(z,y)) \rightarrow R(x,y)), R(a,b), R(b,a)\} \models R(a,a)$.

c) $\models \forall x\exists yR(x,y) \rightarrow (\forall y(\neg S(y) \rightarrow \neg\exists xR(x,y)) \rightarrow \exists xS(x))$.