Tik-79.148 **Kevät 2001**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Laskuharjoitus 1
Tehtävät

Tavalliset tehtävät:

1. Olkoon $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, d\}$ ja $C = \{a, c, d, e\}$. Kirjoita auki seuraavat joukot:

   a) $A \cup (C - B)$

   b) $B \times (A \cap C)$

   c) $2^{\{\emptyset\}} - 2^{\emptyset}$

2. Olkoon $A = \{a, b, c, d\}$ ja relaatio $R \subseteq A \times A$:

$$R = \{(a, a), (a, b), (a, d), (b, d), (b, c), (c, b), (d, d)\}$$

   Piirrä graafiesitys relaatioille:

a)	R	c)	$R \circ R$
b)	R^{-1}	d)	$R \cup (R \circ R)$

3. Olkoon $A = \{a, b, c, d\}$ ja relaatio $R \subseteq A \times A$:

$$R = \{(a, b), (b, c), (c, a), (c, c), (d, c)\}$$

   Muodosta ja esitä graafina relaation R

   a) transitiivinen sulkeuma

   b) symmetrinen sulkeuma

   c) refleksiivinen ja transitiivinen sulkeuma

Demonstraatiotehtävät:

4. Olkoon $f : A \to B$. Osoita, että relaatio R on ekvivalenssirelaatio, kun $(a, b) \in R$, joss. $f(a) = f(b), a, b \in A$.

5. Osoita, että mikäli S on mikä tahansa joukkojen joukko, niin $R_s = \{(A, B) \mid A, B \in S, A \subseteq B\}$ on osittaisjärjestys.

6. Onko binäärirelaation symmetrisen sulkeuman transitiivinen sulkeuma välttämättä refleksiivinen. Todista tai anna vastaesimerkki.

7. Olkoon S mielivaltainen joukko ja Π joukon S kaikkien ositusten joukko. Määritellään binäärirelaatio R siten, että $(\Pi_1, \Pi_2) \in R$ jos ja vain jos kaikille $S_1 \in \Pi_1$ on olemassa $S_2 \in \Pi_2$ siten, että $S_1 \subseteq S_2$. Osoita, että R on Π:n osittaisjärjestys. Mitkä ovat R:n minimi- ja maksimialkiot?