T-79.148 **Kevät 2002**

Tietojenkäsittelyteorian perusteet

Harjoitus 1, 29.-31.1.

Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Olkoon $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, d\}$ ja $C = \{a, c, d, e\}$. Kirjoita auki (so. luettele alkioittain) seuraavat joukot:

   (a) $A \cup (C - B)$;

   (b) $B \times (A \cap C)$;

   (c) $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) - \mathcal{P}(\emptyset)$.

2. Olkoon perusjoukon $A = \{a, b, c, d\}$ relaatio $R \subseteq A \times A$ määritelty:

$$R = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, c), (d, b)\}.$$

   Piirrä seuraavien relaatioiden graafiesitykset:

   a) R, c) $R \circ R$,
   b) R^{-1}, d) $R \cup (R \circ R)$.

   Ovatko jotkin näistä relaatioista funktioita?

3. (a) Luettele kaikki joukon $\{a, b, c\}$ ekvivalenssirelaatiot (ositukset).

   (b) Piirrä kaikkien joukon $\{a, b, c\}$ järjestysrelaatioiden (osittainjärjestysten) graafiesitykset.

Demonstraatiotehtävät:

4. Määritellään perusjoukossa $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ relaatio $\sim$ säännöllä:

$$(m, n) \sim (p, q) \quad \Leftrightarrow \quad m + n = p + q.$$

   Osoita, että tämä on ekvivalenssirelaatio ja kuvaile intuitiivisesti ("geometrisesti") sen ekvivalenssiluokkia.

5. Todista induktiolla, että jos X on äärellinen joukko, jonka koko on $n = |X|$, niin sen potenssijoukon koko on $|\mathcal{P}(X)| = 2^n$.

6. Todista induktiolla, että jokaisessa äärellisen perusjoukon S osittainjärjestyksessä on ainakin yksi minimialkio. Osoita myös esimerkein, että minimialkio ei välttämättä ole yksikäsitteinen, ja että väite ei ole yleisesti voimassa, jos perusjoukko S on ääretön.