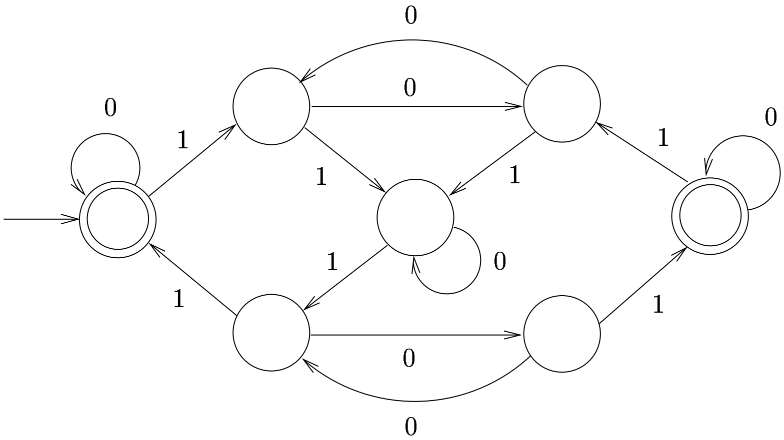
T-79.148 **Kevät 2003**
Tietojenkäsittelyteorian perusteet
Harjoitus 4, 10.–12.2.
Tehtävät

Kotitehtävät:

1. Muodosta seuraavaa determinististä äärellistä automaattia vastaava minimiautomaatti:



2. Laadi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka testaa sisältääkö annettu binäärijono osajonon 0010 tai 1101 (tai molemmat). Determinisoi automaatti. (Keskenään ekvivalentteja lopputiloja ei tarvitse merkitä erikseen näkyviin.)

3. Osoita, että jos aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ kieli L voidaan tunnistaa äärellisellä automaatilla, niin samoin voidaan tunnistaa myös seuraavat, kielen L sanojen kaikkien alku- ja loppuosien muodostamat kielet:

$$\begin{aligned} \mathrm{Pref}_L &= \{x \in \{0,1\}^* \mid xy \in L \text{ jollakin } y \in \{0,1\}^*\}, \\ \mathrm{Suff}_L &= \{y \in \{0,1\}^* \mid xy \in L \text{ jollakin } x \in \{0,1\}^*\}. \end{aligned}$$

Demonstraatiotehtävät:

4. Laadi epädeterministinen äärellinen automaatti, joka testaa onko annetun binäärijonon kolmanneksi viimeinen merkki 1, ja determinisoi se.

5. Osoita, että jos aakkoston $\Sigma = \{a, b\}$ kielet A ja B voidaan tunnistaa äärellisillä automaateilla, niin samoin voidaan tunnistaa myös kielet $\bar{A} = \Sigma^* - A$, $A \cup B$ ja $A \cap B$.

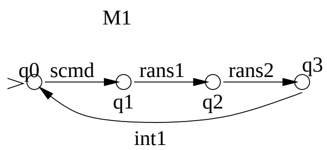
KÄÄNNÄ

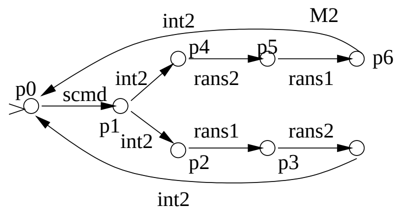
6. *(Soveltava.)* Monet tiedonsiirtoprotokollien analysointiin käytettävät menetelmät muodostavat järjestelmän tila-avaruuden, jota tutkimalla etsitään ongelmia, esimerkiksi lukkiumia. Yksi tapa muodostaa tila-avaruus on mallintaa kutakin protokollan osapuolta erikseen tilakoneella (äärellisellä automaatilla) ja yhdistää nämä yhdeksi isoksi tilakoneeksi (automaatiksi).

   Olkoon $M_1 = (K_1, \Sigma_1, \Delta_1, s_1, \emptyset)$ ja $M_2 = (K_2, \Sigma_2, \Delta_2, s_2, \emptyset)$ epädeterministisiä tilakoneita.[1] Yhdistetty tilakone $M = (K, \Sigma, \Delta, s, \emptyset)$ muodostetaan seuraavasti:

   - $K = K_1 \times K_2$
   - $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$
   - $s = (s_1, s_2)$
   - Siirtymä $(p_1, p_2) \xrightarrow{a} (q_1, q_2)$ kuuluu relaatioon Δ mikäli jokin seuraavista ehdoista toteutuu:
     (a) $a \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2$, $(p_1, a, q_1) \in \Delta_1$ ja $(p_2, a, q_2) \in \Delta_2$.
     (b) $a \in \Sigma_1$, $a \notin \Sigma_2$, $(p_1, a, q_1) \in \Delta_1$ ja $p_2 = q_2$.
     (c) $a \notin \Sigma_1$, $a \in \Sigma_2$, $(p_2, a, q_2) \in \Delta_2$ ja $p_1 = q_1$.

   Olkoot M_1 ja M_2 kuten alla. Muodosta yhdistetty tilakone M ja osoita, että järjestelmässä on lukkiuma (eli tila, josta ei lähde yhtään siirtymää).





[1] Merkinnät ovat tässä tehtävässä hieman monisteessa käytetyistä poikkeavat. Automaatin tilajoukkoa merkitään Q:n sijaan K:lla, alkutilaa q_0:n sijaan s:llä, ja joukkoarvoinen siirtymäfunktio $\delta\colon K \times \Sigma \to \mathcal{P}(K)$ on kuvattu relaationa $\Delta \subseteq K \times \Sigma \times K$, jossa $(p, a, q) \in \Delta$ jos ja vain jos $q \in \delta(p, a)$.