

**Kotitehtävät:**

1. Osoita, että  $\mathcal{S} = \{L(M) \mid L(M) \text{ on säännöllinen kieli}\}$  on Ricen lauseen mielessä (monisteen lause 6.12) epätriviaali ominaisuus. Päättele, että on ratkeamaton ongelma päättää hyväksyykö Turingin kone säännöllisen kielen.
2. Tarkastellaan tietyn käyttöjärjestelmän alaisuudessa toimivia sovellusohjelmia. Ohjelma  $P$  on *vaarallinen*, jos se jollakin syötteellä suoritettuna muuttaa käyttöjärjestelmän systeemitiedostoja. *Yleinen virustestaaja* on ohjelma, joka saa syöteenään mielivaltaisen ohjelmatekstin  $P$  ja palauttaa tuloksen "VAARA", jos ohjelma  $P$  on vaarallinen, ja tuloksen "OK" muulloin. Osoita, että jos vaarallisia ohjelmia on olemassa, niin yleinen virustestaus on mahdotonta. (*Ohje:* Tulkitse Ricen lauseen (monisteen Lause 6.12) käsitteet tässä tarkasteltavassa ohjelmistoympäristössä ja sovelta lauseen tulosta.)
3. Laadi rajoittamattomat kielioipit, jotka tuottavat seuraavat kielet:
  - (a)  $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ sisältää yhtä monta } a\text{:ta, } b\text{:tä ja } c\text{:tä}\}$ ;
  - (b)  $\{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ .

**Demonstraatiotehtävät:**

4. Osoita, Ricen lausetta käyttämättä, että seuraava ongelma on ratkeamaton:

Annettu Turingin kone  $M$ ; hyväksyykö  $M$  tyhjän merkkijonon?

5. Todista monisteen Lause 6.15:

- (i) Kieli  $A \subseteq \Sigma^*$  on rekursiivinen, jos ja vain jos sen karakteristinen funktio

$$\chi_A : \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}, \quad \chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{jos } x \in A; \\ 0, & \text{jos } x \notin A \end{cases}$$

on rekursiivinen funktio.

- (ii) Kieli  $A \subseteq \Sigma^*$  on rekursiivisesti numeroituva, jos ja vain jos on  $A = \emptyset$  tai on olemassa rekursiivinen funktio  $g : \{0, 1\}^* \rightarrow \Sigma^*$ , jolla

$$A = \{g(x) \mid x \in \{0, 1\}^*\}.$$