

T-79.3001

Kevät 2006

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 1 (johdanto 3.1 - 3.2, lauselogiikka 1.1 - 1.5)

17.-20.1.2006

1. Osoita induktiolla, että n -alkioisella joukolla on 2^n osajoukkoa.
2. Todista seuraavat väittämät (joukot A, B ja C ovat universumin E osajoukkoja):
 - a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
 - b) $E - (A \cap B) = (E - A) \cup (E - B)$.
3. Ilmaise seuraavat väittämät lauselogiikalla:
 - a) En saa työtä valmiiksi, ellet sinä auta.
 - b) Ei tippa tapa, eikä ämpäriin huku.
 - c) Kuljen työmatkat jalan, pyörällä tai joskus autolla.
 - d) Merja ja Arto tulevat meille kylään.
 - e) Koska olet ollut ilkeä, et saa jälkiruokaa.
 - f) Vaikka manuaali olikin pitkä, se tuntui loppuvan kesken.
 - g) Jos minulta kysytään — tai vaikei kysyttäisikään — niin hänen ei kannata ostaa autoa, tai sitten hänen on asuttava kaukana työpaikastaan ja bensiinin on tultava halvemmaksi.
4. Olkoon atomisten lauseiden joukko $\mathcal{P} = \{A, B, C\}$. Mitkä seuraavista ovat lauselogiikan lauseita. Perustele.
 - a) A
 - b) $\neg(A \wedge B)$
 - c) $(A \wedge (B \rightarrow (A \wedge C)))$
 - d) Tänään sataa.
5. Todista että sulkujen määrä jokaisessa lauselogiikan lauseessa on parillinen.

6. Poista tarpeettomat sulut ilman, että lauseen merkitys muuttuu.

- a) $(A \rightarrow ((B \wedge C) \vee D))$
- b) $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- c) $((A \wedge (B \vee C)) \vee (A \wedge (C \vee D)))$
- d) $((\neg(A \wedge B)) \leftrightarrow ((B \rightarrow C) \wedge A))$
- e) $((\neg A) \wedge (\neg B)) \rightarrow \neg(A \vee B)$

7. Mitä muotoa edellisen tehtävän lauseet ovat. Anna niille jäsenyspuut.

8. Toteuta lauselogiikan lauseille jäsenin (engl. parser).



- a) Olettaen, että sulkuja ei jätetä pois.
- b) Kaikkia sulkusääntöjä sovelletaan.

9. Anna allaolevan lauseen alilauseet.

$$(\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)) \rightarrow (\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C)$$