

T-79.3001

Kevät 2006

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 11 (opetusmoniste, kappaleet 6.1 – 8.4)

11. – 12.4.2006, 20. – 21.4.2006

1. Määritä klausuulijoukkojen

- a) $\{\{\neg G(x, c)\}\}$,
- b) $\{\{P(f(y), y)\}\}$,
- c) $\{\{P(x)\}, \{\neg P(a), \neg P(b)\}\}$,
- d) $\{\{\neg P(x, y), \neg P(y, z), G(x, z)\}\}$,
- e) $\{\{\neg P(x, y)\}, \{Q(a, x), Q(b, f(y))\}\}$, ja
- f) $\{\{P(x), Q(f(x, y))\}\}$

Herbrand-universumit ja kannat.

2. Tarkastellaan kaavajoukkoa

$$\Sigma = \{\forall x P(x, a, x), \neg \exists x \exists y \exists z (P(x, y, z) \wedge \neg P(x, f(y), f(z)))\}.$$

- a) Muunna Σ klausuulijoukoksi S .
- b) Anna S :n Herbrand-universumi H sekä Herbrand-kanta B .
- c) Esitetään Herbrand-struktuurit Herbrand-kannan osajoukkoina. Hae S :lle osajoukkorelaatioon, \subseteq , nähden minimaalinen ja maksimaalinen Herbrand-malli.

3. Muunna ongelma predikaattilogiikan lauseen

$$\exists x \exists y (P(x) \leftrightarrow \neg P(y)) \rightarrow \exists x \exists y (\neg P(x) \wedge P(y))$$

pätevyyden selvittämisestä lauselogiikan toteutuvuusongelmaksi ja ratkaise ongelma lauselogiikan menetelmin.

4. Laadi substituutioiden $\{x/y, y/b, z/f(x)\}$ ja $\{x/g(a), y/x, w/c\}$ kompositio.

5. Mitkä ovat seuraavien literaalijoukkojen yleisimmät unifioijat?

- a) $\{P(x, g(y), f(a)), P(f(y), g(f(z)), z)\}$
- b) $\{P(x, f(x), g(y)), P(a, f(g(a)), g(a)), P(y, f(y), g(a))\}$

- c) $\{P(x, f(x, y)), P(y, f(y, a)), P(b, f(b, a))\}$
- d) $\{P(f(a), y, z), P(y, f(a), b), P(x, y, f(z))\}$

6. Osoita, että

- a) substituutioiden kompositio ei ole kommutatiivinen, eli että on olemassa substituutiot σ ja λ s.e. $\sigma\lambda \neq \lambda\sigma$.
- b) yleisimmät unifioijat eivät ole yksikäsitteiset, eli että jollekin lausekejoukolla (esim. atomikaavojen joukko) S on olemassa kaksi yleisintä unifioijaa, σ ja λ , s.e. $\sigma \neq \lambda$.

7. Unifioi $\{P(x, y, z), P(f(w, w), f(x, x), f(y, y))\}$.

8. Todista resoluutiolla, että ei ole olemassa miesparturia, kun:

- a) Jokainen parturi ajaa niiden miesten parrat, jotka eivät itse aja partaansa.
- b) Kukaan parturi ei aja niiden miesten partoja, jotka ajavat itse partansa.

9. Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- a) Tarkoittakoon predikaatit $J2(x), J3(x)$ ja $J6(x)$ sitä, että luonnollinen luku x on jaollinen kahdella, kolmella ja kuudella. Määrittele nämä predikaatit predikaattilogiikan lausein siten, että predikaatin $J6$ määritelmä perustuu predikaattien $J2$ ja $J3$ määritelmiin.
- b) Todista resoluutiolla, että jos luonnollinen luku x on kahdella ja kolmella jaollinen, niin luonnollinen luku $x + 6$ on kuudella jaollinen.