

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

**Tehtävä 1** (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *teoreema*, *ristiriitainen polku* ja *struktuuri*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä  $\phi \equiv \psi$ ?  
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos  $\phi \equiv \psi$ , niin  $\phi \wedge \chi \equiv \psi \wedge \chi$  mille tahansa lauseelle  $\chi$ . (4p)

**Tehtävä 2** (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a)  $\not\models ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
- (b)  $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3** (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\exists x(A(x) \vee B(x)) \rightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko  $S$ ) ja osoita  $S$  toteutumattomaksi resoluutiolla.

**Tehtävä 4** (10p) Tarkastellaan yhtä kirjapinoa, joka on kuvattu kaksipaikkaisen predikaatin  $P(x, y) = \text{“kirja } x \text{ on pinossa välittömästi kirjan } y \text{ päällä”}$ . Viitatkoon vakiot  $b, c$  ja  $d$  tiettyihin Böllin, Carrin ja Dostojevskin teoksiin.

- (a) Määrittele kolmipaikkainen predikaatti  $V(x, y, z) = \text{“kirja } y \text{ sijaitsee pinossa kirjojen } x \text{ ja } z \text{ välissä, joista } x \text{ on ylempänä kuin } y \text{ ja } z\text{”}$  predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki yksittäisessä pinossa olevat kirjat.
- (b) Anna laatimallesi määritelmälle  $\Sigma$  malli  $S \models \Sigma$ , jonka perusteella

$$\Sigma \cup \{P(b, c), P(c, d)\} \not\models V(d, c, b).$$

**Tehtävä 5** (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto*  $B_1$  annetusta jälkiehdosta  $B_2$ .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = x ; z = y ; \text{while}(! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v - 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus} [v == x - y].$$