

**Tehtävä 1** (6p)

- (a) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa, että logiikalla on äärellisen mallin ominaisuus. Seuraako äärellisen mallin ominaisuudesta logiikan ratkeavuus?
- (b) Johda CTL-lauseen  $\neg\mathbf{EF}(\neg(\neg Q \wedge \mathbf{A}(PUQ)) \rightarrow \neg R)$  positiivinen normaalimuoto.
- (c) Päteekö mille tahansa joukolle malleja  $C$  ja lauseelle  $P$ : jos  $P$  on pätevä mallijoukossa  $C$ , niin  $\Box P$  on pätevä joukossa  $C$ . Perustele vastauksesi lyhyesti.

**Tehtävä 2** (6p)

Tutki taulumenetelmällä, pitääkö annettu väittämä paikkansa ( $P$  ja  $Q$  ovat atomilauseita) ja anna taulun perusteella (vasta)malli, mikäli se on mahdollista.

- (a)  $\{\} \models_{\mathbf{KB}} \{\} \implies \Diamond\Box P \rightarrow \Box\Diamond P$ , missä  $\mathbf{KB}$  on symmetristen kehysten luokka.
- (b) On olemassa refleksiivinen malli ja siinä tila, jossa lause  $\Box\Box(P \rightarrow \Box\neg P)$  on tosi ja lause  $\Box\neg P$  epätosi.
- (c)  $\{P \vee Q\} \models_{\mathbf{K}} \{\neg(Q \vee \Diamond\Box Q)\} \implies \Box\Box P \rightarrow \Box P$ , missä  $\mathbf{K}$  on kaikkien kehysten luokka.

**Tehtävä 3** (6p)

- (a) Määrittele, mitä tarkoittaa modaalilogiikalle  $L$  annetun todistusmenetelmän virheettömyys (soundius) ja täydellisyys. (2p)
- (b) Insinööri Sörsselsson on onnistunut kehittämään virheettömän ja täydellisen todistusmenetelmän  $M_S$  kehyslogiikalle  $\mathbf{S5}$  (symmetriset, refleksiiviset ja transitiiviset kehukset). Mitä voit sanoa menetelmän  $M_S$  virheettömyydestä ja täydellisyydestä kehyslogiikan  $\mathbf{KD45}$  (sarjalliset, transitiiviset ja euklidiset kehukset) suhteen? (4p)

**Tehtävä 4** (6p)

- (a) Formalisoi seuraavat ominaisuudet CTL-lauseina:
- (i) Jos esitetään palvelupyyntö (ehto **req**), siihen saadaan lopulta kuittaus (ehto **ack**).
- (ii) Mikäli savua ei ole (ehto  $\neg$ **smoke**), sitä ei synny ennen sytyttämistä (ehto **fire**).
- (b) Olkoon  $\langle S, R, v \rangle$  tarkasteltavan järjestelmän CTL-malli, missä  $S = \{a, b, c, d, e\}$ ,

$$R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle b, e \rangle, \langle e, b \rangle, \langle e, d \rangle, \langle d, c \rangle\},$$

$$v(b, \mathbf{ack}) = v(d, \mathbf{ack}) = \text{true}, \quad v(a, \mathbf{ack}) = v(c, \mathbf{ack}) = v(e, \mathbf{ack}) = \text{false},$$

$$v(a, \mathbf{req}) = v(c, \mathbf{req}) = v(d, \mathbf{req}) = v(e, \mathbf{req}) = \text{true} \text{ ja } v(b, \mathbf{req}) = \text{false}.$$

Anna ne mallin tilat, joissa lause  $\neg\mathbf{A}((\neg\mathbf{AXack})\mathbf{U}(\neg\mathbf{EXreq}))$  on tosi.

- (c) Tutki CTL-tilamenetelmällä, onko lause  $\mathbf{EFP} \rightarrow (P \vee \mathbf{EXEFP})$  pätevä.

Relaation  $R$  ominaisuuksia:

Refleksiivisyys:  $\forall s(sRs)$

Symmetrisyys:  $\forall s\forall t(sRt \rightarrow tRs)$

Sarjallisuus:  $\forall s\exists t(sRt)$

Transitiivisuus:  $\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge tRu \rightarrow sRu)$

Euklidisuus:  $\forall s\forall t\forall u(sRt \wedge sRu \rightarrow tRu)$