T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 0

1. Etsi seuraaville lauseille malli, jossa lause on tosi.

a) $\neg\big((P \to Q) \to (Q \to P)\big)$
b) $\big((P \lor \neg R) \leftrightarrow R\big) \land (P \to Q)$

2. Tutki, seuraako lause $\neg Q$ loogisesti lausejoukosta

$$\Sigma = \{Q \to P, R \to (P \land Q), P \to (Q \land R)\}$$

Jos näin on, anna todistus (analyyttinen taulu).

Ellei näin ole, anna vastamalli.

3. Määritä lauseen

$$(P \to Q) \to (P \lor Q)$$

konjuktiivinen ja disjunktiivinen normaalimuoto.

4. Etsi seuraaville lauseille malli, jossa lause on tosi.

a) $\exists x_1 \exists x_2 P(x_1, x_2) \land \forall x_1 \forall x_2 \big(P(x_1, x_2) \to P(x_2, x_1)\big)$
b) $\forall x_1 \exists x_2 P(x_1, x_2) \land \forall x_1 \forall x_2 \forall x_3 \big(P(x_1, x_2) \land P(x_2, x_3) \to P(x_1, x_3)\big)$

5. Todista seuraavat lauseet analyyttisen taulun menetelmällä.

a) $\big(\forall x P(x) \land \forall x Q(x)\big) \to \forall x \big(P(x) \lor Q(x)\big)$
b) $\exists y \big(\exists x P(x) \to P(y)\big)$

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 1

1. Merkitään lausetta 'agentti tietää φ:n' $K\varphi$:llä. Esitä seuraavien modaalilogiikan lauseiden merkitys luonnollisella kielellä.

(a) $\varphi \to K\varphi$
(b) $\neg K\varphi \to K\neg K\varphi$
(c) $K(\varphi \to \psi) \to (K\varphi \to K\psi)$
(d) $K\varphi \lor K\neg\varphi$

2. Merkitään lausetta 'agentti tietää φ:n' $K\varphi$:llä ja lausetta 'φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa' $L\varphi$:llä. Formalisoi seuraavat lauseet.

(a) Jos φ on tosi, niin on yhtäpitävää agentin tietämyksen kanssa, että agentti tietää φ:n.
(b) Jos φ ja ψ ovat yhtäpitäviä agentin tietämyksen kanssa, niin $\varphi \land \psi$ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa.
(c) Jos agentti tietää φ:n, niin φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa.
(d) Jos agentin tietämyksen kanssa on yhtäpitävää, että φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa, niin φ on yhtäpitävä agentin tietämyksen kanssa.

3. Formalisoi seuraavat lauseet modaalilogiikan kielellä.

(a) Agentti a tietää, että agentti b tietää, että ulkona sataa, mutta agentti b ei tiedä, että agentti a tietää, että agentti b tietää, että ulkona sataa.
(b) Agentti a tietää, että agentti b ei tiedä, sataako ulkona.
(c) Agentti b tietää, että agentti a tietää, sataako ulkona.
(d) Agentti a ei tiedä, onko niin, että agentti b tietää, että agentti a tietää, että ulkona sataa.

4. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$ malli, jossa

$$\begin{aligned} S &= \{s_1, s_2, s_3\}, \\ R &= \{\langle s_1, s_2\rangle, \langle s_1, s_3\rangle, \langle s_3, s_1\rangle, \langle s_3, s_3\rangle\}, \end{aligned}$$

$v(s_1, A) = v(s_2, B) = v(s_3, A) = \text{true}$ ja muulloin $v(s, P) = \text{false}$.

Tutki, päteekö

(a) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Box A$

(b) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Diamond B \rightarrow \Box\Diamond\top$

(c) $\mathcal{M}, s_3 \Vdash \Diamond\Diamond\Box\bot$

(d) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Box(B \vee \Box\Diamond A)$

(e) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash \Diamond(\Box A \wedge \Box\neg A)$.

5. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$ malli, jossa

$$\begin{aligned} S &= \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}, \\ R &= \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_1, s_3\rangle, \langle s_1, s_4\rangle, \langle s_2, s_3\rangle, \langle s_3, s_5\rangle, \langle s_4, s_1\rangle, \\ &\qquad \langle s_4, s_5\rangle, \langle s_5, s_2\rangle, \langle s_5, s_5\rangle\}, \end{aligned}$$

$v(s_1, A) = v(s_4, A) = v(s_5, A) = \text{true}$ ja muulloin $v(s, A) = \text{false}$.

Etsi maailma $s \in S$, jossa

$$\mathcal{M}, s \Vdash \Box\Diamond\Box\Diamond A$$

pätee.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 2

1. Olkoot A ja B atomilauseita. Osoita, että seuraavat lauseet eivät ole päteviä kaikissa kehyksissä (anna vastaesimerkki).

a) $\Diamond A \rightarrow \Box A$

b) $\neg\Box A \rightarrow \Box\neg\Box A$

c) $\Diamond(\Diamond A \wedge \Box A) \rightarrow \Box\Diamond A$

d) $(\Diamond A \wedge \Diamond B) \rightarrow \Diamond(A \wedge B)$

2. Osoita, että millä tahansa lauseella A: $\Diamond\top$ on pätevä mallissa, jos ja vain, jos $\Box A \rightarrow \Diamond A$ on pätevä mallissa.

3. Etsi malli, jossa on neljä mahdollista maailmaa siten, että lause

$$\Box((\Box\Box A \rightarrow \Diamond\Box A) \wedge \Diamond\Box(\Box A \rightarrow \Diamond A)) \rightarrow (\Diamond(\Diamond A \rightarrow \Box A) \rightarrow ((\Diamond A \wedge \Box\Diamond A) \vee \Diamond\Box\Box\neg A))$$

on tosi jossakin mallin maailmassa, kun tiedetään, että lause on tosi mallin $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$ maailmassa s_4, missä

$$\begin{aligned} S &= \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}, \\ R &= \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_1, s_5\rangle, \langle s_2, s_5\rangle, \langle s_3, s_2\rangle, \langle s_3, s_4\rangle, \langle s_4, s_3\rangle, \langle s_4, s_5\rangle\} \end{aligned}$$

ja $v(s_1, A) = v(s_2, A) = v(s_3, A) = \text{true}$, ja $v(s_4, A) = v(s_5, A) = \text{false}$.

4. Olkoon $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ ja $R = \{\langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_3\rangle, \langle s_3, s_4\rangle, \langle s_4, s_1\rangle\}$. Etsi kehys $\langle S', R'\rangle$, jossa on kaksi mahdollista maailmaa siten, että kaikille lauseille P pätee: jos P on pätevä kehyksessä $\langle S, R\rangle$, niin P on pätevä kehyksessä $\langle S', R'\rangle$.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 3

1. Olkoon P atomilause ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Box P \to \Diamond P\} \models_{\mathbf{L}} \{\Box\Box\neg P\} \Longrightarrow \Diamond\Box P$$

ei päde.

2. Olkoot P ja Q atomilauseita ja $\mathbf{L}$ kaikkien kehysten joukko. Osoita, että

$$\{\Diamond P \vee \Diamond Q\} \models_{\mathbf{L}} \{\neg\Box P\} \Longrightarrow \Diamond Q$$

ei päde.

3. Osoita, että kaikille $\mathbf{L}, \Sigma, \Upsilon, P, Q$ pätee:

jos $\Sigma \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow P \wedge \Box P \wedge \Box\Box P \wedge \Box\Box\Box P \to Q$,
niin $\Sigma \cup \{P\} \models_{\mathbf{L}} \Upsilon \Longrightarrow Q$.

4. a) Osoita, että jos kehys on transitiivinen, niin $\Box P \to \Box\Box P$ on pätevä kehyksessä.

b) Osoita, että $\neg\Box P \to \Box\neg\Box P$ on pätevä jokaisessa euklidisessa kehyksessä.

5. Osoita, että jos kehys on refleksiivinen ja euklidinen, se on myös symmetrinen ja transitiivinen.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 4

1. a) Osoita, että jos kehys on sarjallinen, niin $\Box P \to \Diamond P$ on pätevä kehyksessä.

b) Osoita, että jos kehys on heikosti tiheä, niin $\Box\Box P \to \Box P$ on pätevä kehyksessä.

2. a) Anna lauseelle $\Box P \to \Box(Q \to P)$ (Hilbert-tyylinen) **K**-todistus.

b) Anna lauseelle

$$\Box\neg Q \to \Box\neg P$$

(Hilbert-tyylinen) **K**-johto lausejoukosta $\{\Box(P \to Q)\}$. Osoita siis, että

$$\{\Box(P \to Q)\} \vdash_{\mathbf{K}} \emptyset \Longrightarrow \Box\neg Q \to \Box\neg P.$$

3. a) Osoita, että

$$\{P \to Q, \neg Q \to P, R\} \vdash_{\mathbf{K}} \{\neg R \vee Q, \neg Q \vee S\} \Longrightarrow \Box Q \wedge S$$

pätee (antamalla **K**-johto lauseelle $\Box Q \wedge S$).

b) Osoita, että

$$\{\Diamond Q \to \Box Q, Q \to \neg P\} \vdash_{\mathbf{K}} \{\Diamond P\} \Longrightarrow \Box\neg Q$$

pätee.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 5

1. Osoita, että seuraavat lauseet ovat **K**-päteviä antamalla niille modaalilogiikan **K** mukainen taulutodistus.

a) $\Box P \to \Box(Q \to P)$

b) $\Box(P \to Q) \to (\neg\Box\neg P \to \neg\Box\neg Q)$

c) $(\Box P \land \Box Q) \to \Box(P \land Q)$

2. Tutki taulumenetelmällä, ovatko seuraavat lauseet **K**-päteviä. Jos lause ei ole pätevä, anna malli lauseen negaatiolle.

a) $\Diamond A \to \Box A$

b) $\Diamond\Box A \lor \Box\Diamond\neg A$

c) $(\Box\Box A \to \Box A) \to \Box(\Box A \to A)$

3. Tutki taulumenetelmällä, ovatko seuraavat lauseet **K**-päteviä. Jos lause ei ole pätevä, anna malli lauseen negaatiolle.

a) $\big(\Box(P \to Q) \to \Box(Q \to R)\big) \to \neg\Box(P \to R)$

b) $(\Diamond P \land \Diamond Q) \to \Diamond(P \land Q)$

c) $\Box(P \land Q) \to (\Box P \land \Box Q)$

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 6

1. a) Osoita taulumenetelmällä, että $\Diamond(P \lor \Diamond\Box\Box P) \to \Diamond P$ on **S4**-pätevä (**S4** on refleksiivisten ja transitiivisten kehysten joukko).

b) Osoita taulumenetelmällä, että $\Diamond\big(\Diamond P \to \Box(\Diamond P \lor P)\big)$ on **T**-pätevä (**T** on refleksiivisten kehysten joukko).

c) Osoita taulumenetelmällä, että $\Box\big(\Box(\Box P \land Q) \to \Diamond\Box\Diamond\Diamond(P \lor Q)\big)$ on **KB**-pätevä (**KB** on symmetristen kehysten joukko).

d) Osoita taulumenetelmällä, että $\Box P \to \Diamond\big((P \to \Box Q) \to Q\big)$ on **D4**-pätevä (**D4** on sarjallisten ja transitiivisten kehysten joukko).

e) Osoita taulumenetelmällä, että $\Diamond(\Box\Diamond\Box P \to \Box P)$ on **S5**-pätevä (**S5** on refleksiivisten, symmetristen ja transitiivisten kehysten joukko).

2. Tutki taulumenetelmällä, onko lause $\Diamond P \to \Diamond\Box P$ **K**-pätevä tai **K4**-pätevä, missä **K** on kaikkien kehysten joukko ja **K4** on transitiivisten kehysten joukko.

3. Osoita taulumenetelmällä, että $\Sigma \models_{\mathbf{K}} \{\neg P\} \Longrightarrow (\Diamond P \to \Diamond\Diamond P) \land \neg P$ pätee, missä

$$\Sigma = \{\Box P \to P, \Box P \to \Box\Box P, \Box\neg P \to \neg P, \Box\neg P \to \Box\Box\neg P\}.$$

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 7

1. Anna lauseen

$$\Diamond\Box\Diamond P \to \Diamond P$$

käännös predikaattilogiikkaan ja osoita käännöstä ja predikaattilogiikan taulumenetelmää käyttäen, että lause on **KB**-pätevä.

2. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R_1, R_2, R_3, v\rangle$, missä

$S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$,
$R_1 = \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_2, s_2\rangle, \langle s_3, s_3\rangle, \langle s_4, s_4\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_1\rangle\}$,
$R_2 = \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_2, s_2\rangle, \langle s_3, s_3\rangle, \langle s_4, s_4\rangle, \langle s_3, s_2\rangle, \langle s_2, s_3\rangle\}$,
$R_3 = \{\langle s_1, s_1\rangle, \langle s_2, s_2\rangle, \langle s_3, s_3\rangle, \langle s_4, s_4\rangle, \langle s_3, s_4\rangle, \langle s_4, s_3\rangle\}$ ja
$v(s_1, P) = v(s_2, P) = v(s_3, P) = \text{true}$, $v(s_4, P) = \text{false}$.

Tutki, päteekö modaalilogiikassa $\mathbf{S5_3}$
a) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash EP$
b) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash EEP$
c) $\mathcal{M}, s_1 \Vdash CP$.

3. Osoita, että jos lause ei ole **S5**-pätevä, sillä on vastamalli (malli, jossa se on epätosi), jossa on korkeintaan yhtä monta maailmaa, kuin lauseella on alilauseita.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 8

1. CTL määritellään käyttämällä operaattoreita **A**, **E**, **X** ja **U**, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

$\mathbf{EX}P$: $\neg\mathbf{AX}\neg P$

$\mathbf{AF}P$: $\mathbf{A}(\top\mathbf{U}P)$

$\mathbf{EF}P$: $\mathbf{E}(\top\mathbf{U}P)$

$\mathbf{AG}P$: $\neg\mathbf{EF}\neg P$

$\mathbf{EG}P$: $\neg\mathbf{AF}\neg P$

Anna kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto perusoperaattoreiden tapaan: $\mathcal{M}, s \models \mathbf{AX}P$ joss $\mathcal{M}, t \models P$ kaikille t, joille sRt.

2. LTL määritellään käyttämällä operaattoreita **X** ja **U**, joiden avulla voidaan edelleen määritellä lisää operaattoreita:

$\mathbf{F}P$: $\top\mathbf{U}P$

$\mathbf{G}P$: $\neg\mathbf{F}\neg P$

$P\mathbf{R}Q$: $\neg\big((\neg P)\mathbf{U}(\neg Q)\big)$

Anna kullekin uudelle operaattorille sen semantiikan määrävä ehto perusoperaattoreiden tapaan: $\mathcal{M}, x \models \mathbf{X}P$ joss $\mathcal{M}, x^1 \models P$.

3. Olkoon $\mathcal{F} = \langle S, R\rangle$, missä

$$S = \{s_0, s_1, s_2\} \quad \text{ja}$$
$$R = \{\langle s_0, s_1\rangle, \langle s_1, s_2\rangle, \langle s_2, s_2\rangle\}.$$

Olkoot P ja Q atomilauseita. Määrittele atomilauseille valuaatio v kehyksen $\mathcal{F}$ maailmoissa s_0, s_1 ja s_2 siten, että kehykseen $\mathcal{F}$ perustuvan mallin $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$ täydelle polulle $x = (s_0, s_1, s_2, s_2, s_2, \ldots)$ pätee

$$\mathcal{M}, x \models P\mathbf{U}Q, \quad \text{mutta} \quad \mathcal{M}, x \not\models Q\mathbf{R}P.$$

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 9

1. Formalisoi seuraavat lauseet CTL-kielellä.

a) P on tosi nykyisessä tilassa ja Q on tosi jossakin tulevassa tilassa.

b) P on tosi jossakin tulevassa tilassa ja siitä lähtien epätosi kaikissa tulevissa tiloissa.

c) Jos P on tosi missä tahansa kahdessa peräkkäisessä tilassa, niin jälkimmäisestä tilasta lähtien on olemassa tuleva tila, jossa Q on tosi.

d) Jos P on tosi nykyisessä tilassa, niin P pysyy totena, kunnes Q toteutuu. Muussa tapauksessa P:n on toteuduttava korkeintaan kahden askeleen päässä.

e) On olemassa polku, jolla P on tosi, kunnes saavutetaan tila, josta lähtien Q on kaikissa peräkkäisissä tiloissa vuoroin tosi ja vuoroin epätosi.

f) Jos polulla on tila, jossa P on tosi, niin polulla ei ole tilaa, jossa Q tai R ovat tosia.

2. a) Anna malli, jossa CTL-lause $\mathbf{AF}P$ on toteutuva, mutta LTL-lause $\mathbf{GF}P$ ei.

b) Anna malli, jossa CTL-lause $\mathbf{EFAG}P$ on pätevä, mutta LTL-lause $\mathbf{FG}P$ ei.

c) Anna malli, jossa LTL-lause $\mathbf{FX}P$ on toteutuva, mutta CTL-lause $\mathbf{EFAX}P$ ei.

3. Anna malli, jossa CTL*-lausejoukot

a) $\{\mathbf{E}(\neg V\mathbf{U}P), \mathbf{E}(V\mathbf{U}\neg P), \mathbf{AF}(V \rightarrow \mathbf{AX}\neg V) \wedge \mathbf{EF}V\}$

b) $\{\mathbf{AG}(P \rightarrow \mathbf{F}V), \mathbf{AF}(P \wedge \mathbf{F}(\neg P \wedge \mathbf{X}P)), \mathbf{A}(\neg V\mathbf{U}V)\}$

ovat päteviä.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 10

1. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$, missä

$$\begin{aligned} S &= \{a,b,c,d,e,f\} \\ R &= \{\langle a,b\rangle, \langle b,c\rangle, \langle b,d\rangle, \langle b,e\rangle, \langle c,d\rangle, \langle d,d\rangle, \\ &\quad \langle e,e\rangle, \langle e,f\rangle, \langle f,a\rangle\} \\ \{s \in S \mid v(s,P) = \text{true}\} &= \{a,b,e\} \\ \{s \in S \mid v(s,Q) = \text{true}\} &= \{c,f\} \\ \{s \in S \mid v(s,R) = \text{true}\} &= \{f\} \end{aligned}$$

Olkoon $F = \{R\}$. Tutki, päteekö

a) $\mathcal{M}, a \models \mathbf{A}(P\mathbf{U}Q)$

b) $\mathcal{M}, a \models_F \mathbf{A}(P\mathbf{U}Q)$

c) $\mathcal{M}, a \models \mathbf{EG}P$

d) $\mathcal{M}, a \models_F \mathbf{EG}P$

2. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v\rangle$, missä

$$\begin{aligned} S &= \{a,b,c,d,e\} \\ R &= \{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle a,d\rangle, \langle b,c\rangle, \langle b,d\rangle, \langle c,a\rangle, \\ &\quad \langle c,e\rangle, \langle d,b\rangle, \langle d,e\rangle, \langle e,b\rangle\} \\ \{s \in S \mid v(s,P) = \text{true}\} &= \{a,b\} \\ \{s \in S \mid v(s,Q) = \text{true}\} &= \{b,c,d\} \end{aligned}$$

Missä tiloissa lause

$$\mathbf{AXE}\big((P \rightarrow Q)\mathbf{U}(P \wedge Q)\big)$$

on tosi?

3. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$, missä

$$
\begin{aligned}
S &= \{a, b, c, d, e\} \\
R &= \{\langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle b,d\rangle, \langle d,b\rangle, \langle c,e\rangle, \langle e,c\rangle, \\
&\qquad \langle d,e\rangle\} \\
\{s \in S \mid v(s,P) = \mathrm{true}\} &= \{a, c\} \\
\{s \in S \mid v(s,Q) = \mathrm{true}\} &= \{b, c\}
\end{aligned}
$$

Missä tiloissa lause

$$\mathbf{AG}\big(Q \to \mathbf{A}(\mathbf{EF}P\mathbf{U}\mathbf{AF}P)\big)$$

on tosi?

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 11

1. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$, missä

$$
\begin{aligned}
S &= \{a, b, c, d\} \\
R &= \big\{\langle a,a\rangle, \langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle a,d\rangle, \langle b,a\rangle, \langle b,d\rangle, \\
&\qquad \langle c,d\rangle, \langle d,a\rangle, \langle d,d\rangle\big\} \\
\{s \in S \mid v(s,P) = \mathrm{true}\} &= \{b, d\} \\
\{s \in S \mid v(s,Q) = \mathrm{true}\} &= \{b\}
\end{aligned}
$$

Tutki taulujen käyttöön perustuvan LTL-mallintarkastusmenetelmän avulla, päteekö $\mathcal{M}, a \models \mathbf{EX}(\neg P\mathbf{U}Q)$.

2. Olkoon $\mathcal{M} = \langle S, R, v \rangle$, missä

$$
\begin{aligned}
S &= \{a, b, c\} \\
R &= \big\{\langle a,a\rangle, \langle a,b\rangle, \langle a,c\rangle, \langle b,b\rangle, \langle b,c\rangle, \langle c,b\rangle, \\
&\qquad \langle c,c\rangle\big\} \\
\{s \in S \mid v(s,P) = \mathrm{true}\} &= \{b, c\}
\end{aligned}
$$

Tutki taulujen käyttöön perustuvan LTL-mallintarkastusmenetelmän avulla, päteekö $\mathcal{M}, a \models \mathbf{AFG}P$.

3. Osoita taulumenetelmällä, että CTL-lause

$$\big(Q \lor \big(P \land \mathbf{AXA}(P\mathbf{U}Q)\big)\big) \to \mathbf{A}(P\mathbf{U}Q)$$

on pätevä.

4. Tutki CTL:n taulumenetelmän avulla, onko LTL-lause

$$\mathbf{GF}P \to \mathbf{GF}\neg P$$

toteutuva.

T-79.5101 **kevät 2006**
Laskennallisen logiikan jatkokurssi
Laskuharjoitus 12

1. Osoita taulumenetelmällä, että CTL-lause

$$\big(Q \vee \big(P \wedge \mathbf{AXA}(P\mathbf{U}Q)\big)\big) \rightarrow \mathbf{A}(P\mathbf{U}Q)$$

on pätevä.

2. Tutki CTL:n taulumenetelmän avulla, onko LTL-lause

$$\mathbf{GF}P \rightarrow \mathbf{GF}\neg P$$

toteutuva.